## ■原著論文/ORIGINAL PAPER■

# 噴流拡散マイクロフレームの安定性に関する理論的考察

Stability of Laminar Jet Diffusion Microflames: A Theoretical Approach

桑名 一徳<sup>1\*</sup>·井田 民男<sup>2</sup>

KUWANA, Kazunori1\* and IDA, Tamio2

<sup>1</sup> 東京大学大学院工学系研究科 〒113-8656 文京区本郷 7-3-1 University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

<sup>2</sup> 近畿大学理工学部 〒577-8502 東大阪市小若江 3-4-1 Kinki University, 3-4-1 Kowakae, Higashiosaka-shi, Osaka 577-8502, Japan

2007年10月18日受付; 2007年11月21日受理/Received 18 October, 2007; Accepted 21 Nobember, 2007

Abstract : This paper theoretically discusses the stability of laminar jet diffusion microflame, defined as a flame established on a submillimeter-diameter burner. In addition to the ordinary liftoff/blowoff limits, insights into the lower extinction limit are of great practical importance for microflames; thus, this paper primarily focuses on the extinction limit of microflames. The applicability of the following two diffusion-flame models to microflames is first discussed: the Burke-Schumann (BS) theory and a self-similarity analysis. The BS theory is found to be suitable to study the stability of microflames. The extinction limit is then predicted using activation-energy asymptotics in the framework of the BS theory. The present theory qualitatively reproduces experimental observations, i.e.,  $u_L \sim d^2$ , where  $u_L$  is the jet velocity at the extinction limit (lower limit) and d the burner diameter.

Key Words : Extinction, Activation energy asymptotics, Mixture fraction, Damköhler number, Reynolds number

### 1. はじめに

工業炉などで噴流拡散火炎を利用する場合,火炎の浮き 上がりや吹き飛びに関する情報が不可欠であり,これらの 現象は古くから研究されてきた[1-2].吹き飛びは噴流拡散 火炎の安定範囲の上限界で発生する現象である.一方,噴 流拡散火炎の安定範囲には下限界も当然存在し,バーナー 出口での燃料流速が下限界以下になると,バーナーへの熱 損失などの影響で,安定した火炎を維持することができな くなる.しかし通常の場合,下限界速度は非常に小さく, 下限界での消炎について研究する実用的な理由に乏しかっ た.ところが,最近注目されているマイクロフレームでは 下限界速度が上限界速度(吹き飛び速度)と同程度であり [3],下限界での消炎機構の解明および下限界速度の予測が 重要であることがわかってきた.なお,本稿ではバーナー 径がおよそ1mm以下の噴流拡散火炎をマイクロフレーム と呼ぶこととする.

これまでに、多くのマイクロフレームの研究が報告され

ている. 例えば, Ban らは, マイクロフレームの形状を実 験および理論の両面から検討した[4]. 彼らの理論的考察は, 反応速度無限大を仮定した噴流拡散火炎の自己相似解に基 づいている. その後, Ida ら[3]および Matta ら[5]により, マイクロフレームが安定に存在する噴流速度の範囲とバー ナー径(d)の関係が実験的に調べられた.それによると, 図1に模式的に示したように、上限界速度(uu)はdによら ずほぼ一定であるが、下限界速度 (uL) は d の二乗に反比例 する. その結果,マイクロフレームを保持できる最小のバー ナー径が存在することになる (図1のA点). Nakamura ら は、マイクロフレームの構造や安定性を数値計算により詳 細に検討し[6-8], uL が d の二乗に反比例するという結果 が数値計算によっても得られることを示した[8]. 彼らはま た, エネルギー収支式の発熱項と熱伝導項の大きさを考慮 することにより, uL が d の二乗に反比例することを次元解 析的に説明した[8]. Cheng らは、マイクロフレームの研究 を精力的に行っている[7,9,10]. 実験および数値計算, さら に Burke-Schumann (BS) 理論や噴流拡散火炎の自己相似解 などの解析解を用いて、火炎の形状や安定性を議論してい る.

<sup>\*</sup> Corresponding author. E-mail: k-kuwana@t-adm.t.u-tokyo.ac.jp

log(d)

Fig.1 Schematic diagram of microflame stability.

これら多くの研究にもかかわらず,  $u_L & d o 関数として$ 表すことのできる理論の構築は (次元解析を除けば) 進んでいない. これは, これまでのほとんど全ての理論的考察が反応速度を無限大とした拡散火炎の理論に基づいているた $めである. しかし, 通常のマイクロフレームでは, <math>Fr \gg 1$ かつ Ma << 1 であり, 反応速度無限大を仮定してしまうと, バーナー径あるいは噴流速度を含むパラメータは Re のみ になり,  $u_L$  が d の二乗に反比例するという関係を導くこと は不可能である (Fr, Ma, Re はそれぞれ Froude 数, Mach 数, Reynolds 数). したがって, 有限の反応速度を考慮した 一 言い換えれば Damköhler 数 (Da) をパラメータに含む 一 理論の構築が必要である. 本研究では, BS 理論を有 限の反応速度の場合に拡張し, 活性化エネルギー漸近展開 (activation energy asymptotics, AEA) の手法を用いることによ り, マイクロフレームの安定下限界について検討する.

# 2. 次元解析と П 定理

基礎式を解くことによる詳細な検討の前に、まず、次元 解析の  $\Pi$  定理[11]によりマイクロフレームの安定限界につ いて考察する. 噴流の上限界および下限界速度 (それぞれ  $u_{\rm U}$  および  $u_{\rm L}$ ) は、現象のパラメータの関数として表される はずである. すなわち、

$$u_{\rm U} \pm \hbar t u_{\rm L} = \phi \left( d, \nu, \rho, c_p, T_0, \Delta h, \dot{\omega} \right) \tag{1}$$

ここで、vは動粘性係数、 $\rho$ は密度、 $c_p$ は定圧比熱、 $T_0$ は 初期温度、 $\Delta h$ は燃焼熱、および、 $\dot{\omega}$ は燃料消費速度(反応 速度)、である.なお、(1)式では、①密度を含む物性値は 一定である、②浮力の影響を無視できる、③圧力は一定で ある、 $④v = \alpha = D$ すなわち Le = Sc = 1、を仮定した.ただ し、 $\alpha$ 、D、Le、Sc は、それぞれ、温度拡散係数、拡散係 数、Lewis 数、Schmidt 数である.(1)式を無次元化すると(2) 式が得られる.

$$\frac{u_{\rm U}d}{v} \ddagger \hbar t t \frac{u_{\rm L}d}{v} = \Phi\left(\frac{\dot{\omega}d^2}{\rho v}, \frac{c_p T_0}{\Delta h}\right) \tag{2}$$

(2) 式左辺の無次元パラメータは Reynolds 数そのものであ り、右辺関数の一番目の引数は Damköhler 数に関連するパ ラメータである.なお、(1) および (2) 式には量論係数や空 気中の酸素濃度といった無次元のパラメータは含まれてい ない.これら無次元パラメータは、(2) 式における関数 Φ の漸近挙動の比例定数に影響するのみである[12].

ここで、 $u_U$  が *d* に依存せず、 $u_L$  が *d* の二乗に反比例するという観察結果と(2) 式より、以下の二式が導かれる.

$$u_{\rm U} \sim \left(\frac{v\dot{\omega}}{\rho}\right)^{1/2} \tag{3}$$

$$u_{\rm L} \sim \frac{\rho^{1/2} v^{3/2}}{\dot{\omega}^{1/2} d^2} \tag{4}$$

このように、次元解析の手法を用いれば、uu および uL の, d 以外のパラメータへの依存性も求めることができる.また、(3) および (4) 式より、反応速度無限大を仮定した理論 では uu や uL を求めることができないことがわかる.しか し、(3) および (4) 式は、比例定数が不明であり、パラメー タ ώ の評価方法が定かではないという問題がある.そこで、 次節以降で、これらの問題を解決できるモデルを構築し、 解を求める.

## 3. モデル

#### 3.1. 基礎式

**2**節の①~④を仮定すると、以下の基礎式が得られる. 記号の意味は本稿の最後にまとめた.

$$\overline{u}_{r}\frac{\partial\overline{u}_{r}}{\partial\overline{r}} + \overline{u}_{z}\frac{\partial\overline{u}_{r}}{\partial\overline{z}} = \frac{1}{\operatorname{Re}}\left[\frac{\partial}{\partial\overline{r}}\left(\frac{1}{\overline{r}}\frac{\partial\overline{r}\overline{u}_{r}}{\partial\overline{r}}\right) + \frac{\partial^{2}\overline{u}_{r}}{\partial\overline{z}^{2}}\right]$$
(5)

$$\overline{u}_{r}\frac{\partial\overline{u}_{z}}{\partial\overline{r}} + \overline{u}_{z}\frac{\partial\overline{u}_{z}}{\partial\overline{z}} = \frac{1}{\operatorname{Re}}\left[\frac{1}{\overline{r}}\frac{\partial}{\partial\overline{r}}\left(\overline{r}\frac{\partial\overline{u}_{z}}{\partial\overline{r}}\right) + \frac{\partial^{2}\overline{u}_{z}}{\partial\overline{z}^{2}}\right]$$
(6)

$$\overline{u}_{r}\frac{\partial Z}{\partial \overline{r}} + \overline{u}_{z}\frac{\partial Z}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{\operatorname{Re}}\left[\frac{1}{\overline{r}}\frac{\partial}{\partial \overline{r}}\left(\overline{r}\frac{\partial Z}{\partial \overline{r}}\right) + \frac{\partial^{2} Z}{\partial \overline{z}^{2}}\right]$$
(7)

$$\overline{u}_{r}\frac{\partial\theta}{\partial\overline{r}} + \overline{u}_{z}\frac{\partial\theta}{\partial\overline{z}} = \frac{1}{\operatorname{Re}}\left[\frac{1}{\overline{r}}\frac{\partial}{\partial\overline{r}}\left(\overline{r}\frac{\partial\theta}{\partial\overline{r}}\right) + \frac{\partial^{2}\theta}{\partial\overline{z}^{2}} + \operatorname{Da}Y_{F}Y_{O}\exp\left(-\frac{\theta_{a}}{\theta}\right)\right]$$
(8)

(5)-(8)式は,

$$\overline{r} = \frac{r}{d}, \quad \overline{z} = \frac{z}{d}, \quad \overline{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{u_0}, \quad \theta = \frac{c_p(T - T_0)}{\Delta h}$$
(9)



のように無次元化されており (u<sub>0</sub> はバーナー出口における 燃料の噴流速度), - は無次元変数であることを強調するた めに用いる. Z は混合分率で,次式で定義される.

$$Z = (\beta - \beta_{\rm O,0}) / (\beta_{\rm F,0} - \beta_{\rm O,0})$$
(10)

ただし, $\beta = Y_F - (W_{FVF}/W_{OVO}) Y_O$ である.(8) 式反応項の  $Y_F$ および  $Y_O$  は, Z および  $\theta$  と以下のように線形に関連付け られているので,系(5)-(8) は閉じている.

$$Y_{\rm F} = Z - \theta$$
,  $Y_{\rm O} = Y_{{\rm O},0} (1 - Z) - \frac{W_{\rm O} v_{\rm O}}{W_{\rm F} v_{\rm F}} \theta$  (11)

また, 無次元パラメータ Re および Da は, 以下のように定 義される.

$$\operatorname{Re} = \frac{u_0 d}{v}, \quad \operatorname{Da} = \frac{B d^2}{v} \tag{12}$$

反応速度無限大を仮定すると(8)式が必要ないが,本研 究では有限のDaの下に(8)式を解く.なお,これら基礎式 で,運動量保存式(5)および(6)は独立して解くことができ る.つまり,本モデルの枠組では,温度場や濃度場が流れ に影響を及ぼさない.したがって,比較的単純な流れ場を 仮定し,その下で(7)式を解けば,Zの解析解を得られる ことがある.3.2節では,よく知られた二つの解析解のマ イクロフレームへの適用妥当性を検討する.

#### 3.2. 混合分率の解析解

(7) 式の解析解として, Burke and Schumann [13]によるもの(ここでは BS 理論と呼ぶ)と噴流拡散火炎の自己相似解がよく知られている. BS 理論では,  $\bar{u}_z = 1$  および  $\bar{u}_r = 0$ , さらに軸方向の拡散を無視するという一見大胆な仮定のもとに(7) 式の解が Bessel 関数の無限級数として表される. 一方,(6) および(7) 式が式の形も境界条件も同じであることに注目して, $Z (= \bar{u}_z)$ を噴流の自己相似解[14]として求めたものが噴流拡散火炎の自己相似解である.(自己相似解を求めるときも,境界層近似により軸方向の拡散が無視される.)自己相似解は, $\bar{z} >> 1$ の漸近解である.

BS 理論および自己相似解は,いずれも,(無次元)火炎 高さが Re に比例し (無次元)火炎幅が一定であるという結 果を与えるので,火炎形状の予測に関して両者は定性的に 同等である.しかし,BS 理論と比べると自己相似解は非 常に単純な式で表されるため,マイクロフレームの研究で も自己相似解がよく用いられてきた[4,5].

ところが,自己相似解は z が 1 程度以下になると正確で なくなり,バーナー出口付近の現象を正しく表すことがで きない.そこで,本研究では BS 理論に基づいて考察を進 める.つまり,以下に表される Z の解析解を用いる.

$$Z = \frac{1}{4\bar{r}_{l}^{2}} + \frac{1}{\bar{r}_{l}} \sum_{n} \frac{1}{\phi_{n}} \frac{J_{1}(\phi_{n}/2\bar{r}_{l})}{[J_{0}(\phi_{n})]^{2}} J_{0}\left(\frac{\phi_{n}\bar{r}}{\bar{r}_{l}}\right) \exp\left(-\frac{\phi_{n}^{2}\bar{z}}{\operatorname{Re}\bar{r}_{l}^{2}}\right)$$
(13)

ここで,  $J_n$  は第一種 Bessel 関数,  $\phi_n$  は  $J_1(x)$  の根,  $\bar{r}_1$  は BS 理論における同軸流拡散火炎系の外径である. (13) 式は  $\bar{r}_1$ を含むが, ここでは  $\bar{r}_1 \rightarrow \infty$  の漸近挙動を検討することと し,  $\bar{r}_1$  の影響は考慮しない. 反応速度無限大を仮定した理 論では,  $Z = Z_c$  という曲面が火炎面を表す. ただし,  $Z_c$  は 次式で定義される.

$$Z_{\rm c} = \frac{W_{\rm F} \nu_{\rm F} Y_{\rm O,0}}{W_{\rm O} \nu_{\rm O} + W_{\rm F} \nu_{\rm F} Y_{\rm O,0}}$$
(14)

#### 3.3. 軸方向拡散の影響

BS 理論が自己相似解より有利な点が,バーナー付近の 現象を正確に記述できるということ以外にも存在する. そ れは,BS 理論では (7) 式を変数分離により解けるため,軸 方向拡散を容易に考慮できるということである. Cheng ら [9]は,直交座標系における軸方向拡散の影響を考察したが, ここでは円筒座標系を用いて噴流拡散火炎に対する軸方向 拡散の影響を簡単に検討する.軸方向拡散を考慮した場合, (7) 式の解は次式で与えられる.

$$Z = \frac{1}{4\bar{r_1}^2} + \frac{1}{\bar{r_1}} \sum_n \frac{1}{\phi_n} \frac{J_1(\phi_n/2\bar{r_1})}{[J_0(\phi_n)]^2} J_0\left(\frac{\phi_n\bar{r}}{\bar{r_1}}\right)$$

$$\exp\left[-\frac{(\mathrm{Re}^2 + 4\phi_n^2/\bar{r_1}^2)^{1/2} - \mathrm{Re}}{2}\bar{z}\right]$$
(15)

(15) 式右辺の指数関数中の平方根を二項展開すれば,(15) 式が  $\text{Re} \rightarrow \infty$ において(13) 式に漸近することを確認でき る.一方,軸方向拡散を考慮した自己相似解を解析的に求 めるのは困難である. Ban らは解析解をあきらめ,数値的 に近似解を求めた[4].

 $Z = Z_c$ となる位置 (反応速度無限大を仮定した場合の火 炎面)を(13)および(15)式より求め、図 2 に示す. Re = 5 の場合,軸方向拡散を考慮すると火炎高さがわずかに増加 するが、考慮しない場合との違いは 10 % 以下である. と ころが、Re = 0.5 になると両者の違いが顕著になり、軸方 向拡散を考慮すると、考慮しない場合と比べて火炎高さが 3 倍以上になる.

図 3 に, (13) および (15) 式により予測される拡散火炎の 高さ (r=0 において  $Z=Z_c$  となる z) を Re の関数として示 す. 先に述べたように, 軸方向拡散を無視した場合,火炎 高さは Re に比例する. 一方, 軸方向拡散を考慮した場合, Re  $\rightarrow 0$  で火炎高さが一定値に漸近する. これは,  $u_0 \rightarrow 0$ の極限では長さの次元を持つパラメータが d しか存在しな いことを考えれば,次元解析論的には当然の結果である.



Fig.2 Effect of axial diffusion on the shape of flame sheet. Dashed line: Eq. (13) (without axial diffusion); solid line: Eq. (15) (with axial diffusion). Computed with  $Z_c = 0.054$  (methane-air).



Fig.3 Dimensionless flame height predicted by Eqs. (13) and (15). Computed with  $Z_c = 0.054$  (methane-air).

ここで簡単に検討したように, Re < 1 の場合, 軸方向拡 散を無視できない.しかし,本研究でもっとも関心がある のは図 1 の A 点付近における火炎の安定性であり, Re >> 1 を仮定できる.例えば, d = 0.2 mm のメタンマイクロフレームの場合,  $u_{\text{L}}$ は 3 m/s 程度であり[3], Re  $\approx$  40 である. また, d = 1 mm の場合でも Re  $\approx$  10 である.(ただし,室温 におけるメタンの動粘性係数を用いて Re を計算した.)以 上のことから,ここでは軸方向拡散を考慮しないことにす る.

## 4. 上限界速度

はじめに述べたように、上限界速度 (uu) に関してはこれ まで詳しく研究されてきたため、本研究では主に下限界速 度(u<sub>L</sub>)について考察する.しかし,次節で検討するように, 上限界付近の現象 (浮き上がりや吹き飛び)の研究で用いら れた理論を下限界の検討に応用することができる.そこで, 上限界付近の現象に関するこれまでの理論的研究を簡単に まとめる.

乱流拡散火炎の浮き上がりまたは吹き飛びが古くから研 究されていて、燃焼が開始するバーナー出口付近では火炎 が予混合火炎の性質を持つというように説明されることが 多かった[15]. つまり, 燃料速度が (乱流) 燃焼速度程度以 上になると火炎が浮き上がったり、吹き飛んだりすること になる. これに対して、Peters ら[16]は、拡散火炎の局所 的なスカラー散逸速度が限界値を超えるために消炎する、 という理論を提案した. この理論は非常に興味深く注目さ れたが、残念ながらこの理論のみでは説明できない現象 が多く, Buckmaster [17]には, "an unfortunate example of a charming theory undone by the facts"とまで書かれてしまっ た. 最近は、拡散火炎の浮き上がりや吹き飛びは、edge flame の考え方で説明されている[17]. 次元解析の結果であ る (3) 式が,予混合火炎の伝播速度[18]と同様な形をしてい ることからも、拡散火炎の理論 (つまり Peters の理論) だけ では上限界速度の予測が難しいことが示唆される。ところ が、Peters の考え方でマイクロフレームの安定下限界速度 の予測が可能になるということを,次節に示す.

# 5. 下限界速度

### 5.1. 拡散火炎の消炎

ここでは、Peters の考え方[16]に沿って、下限界速度を 予測することを試みる.3節で述べたように、ここで考慮 する基礎式は(8)式であり、Y<sub>F</sub>およびY<sub>0</sub>は(11)式で表さ れ、Zは(13)式で与えられる.文献[16]と同様に、Zを座 標の一つとして(8)式を変換すると、次式が得られる([19] も参照).

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{\mathrm{Da}Y_{\mathrm{F}}Y_{\mathrm{O}}}{\left|\nabla Z\right|^2} \exp\left(-\frac{\theta_{\mathrm{a}}}{\theta}\right) = 0 \tag{16}$$

ただし,  $|\nabla Z|^2$  は  $Z = Z_c$  で評価される.変換後の (16) 式は Liñán [20]が AEA を用いた解析で対象とした系 (対向流拡 散火炎) と同じ形をしているので,同様な解析が可能にな る.文献[20]と同様な変数変換を行えば,以下で定義され る  $\delta$  がある限界値  $\delta_E$  以上の場合のみ (16) 式が解を持つこ とを示すことができる.

$$\delta = \frac{4\left(\theta_{c,ad}^2/\theta_a\right)^3 \exp\left(-\theta_a/\theta_{c,ad}\right)}{\left[1 + \left(W_F \nu_F/W_O \nu_O\right)Y_{O,0}\right]^2 \left(W_F \nu_F/W_O \nu_O\right)} \frac{\mathrm{Da}}{\left|\nabla Z\right|^2}$$
(17)

ここで、 $\theta_{c,ad}$ は (無次元) 断熱火炎温度である。通常の炭化 水素のように  $Z_c << 1$ の場合、 $\delta_E$ の値は次式で近似できる。

$$\delta_{\rm E} \approx 2eZ_{\rm c}$$
 (18)



Fig.4 Normalized flame temperature as a function of reduced Damköhler number. Computed with  $Z_c = 0.054$  and  $\theta_a = 2$ .

火炎温度 ( $Z = Z_c$  における温度 $\theta_c$ ) と $\delta$ の関係を図4に示す.  $\delta \rightarrow \infty$ の極限では、 $\theta_c \rightarrow \theta_{c,ad}$  であり、火炎温度は断熱火炎 温度に漸近する。 $\delta$  が減少するに従い火炎温度も減少し、 $\delta$ =  $\delta_E$  で消炎する。図4は、Nakamura らが数値計算により 求めた消炎の様子[8]を定性的に再現している。

#### 5.2. BS 火炎の場合

**5.1**節の結果をまとめると、 $\delta < \delta_E$ の場合、すなわち  $|\nabla Z|^2$ がある限界値以上になると、(16)式の解は存在せず、 消炎する.したがって、(13)式から $|\nabla Z|^2$ を求めれば、BS 火炎の消炎条件が得られる.図5に、(13)式から得られる  $|\nabla Z|^2$ を $\overline{z}$ の関数として示す. $|\nabla Z|^2$ はバーナー出口( $\overline{z} = 0$ ) では無限大である.一方、火炎先端で最小となる.したがっ て、火炎先端位置の $|\nabla Z|^2$ が限界値以上になると、BS火炎 は消炎する.

火炎先端位置では  $\partial Z/\partial r = 0$  であることに注意すれば, (13) 式より,  $|\nabla Z|^2$ を評価することができる. すなわち,

$$\left|\nabla Z\right|^{2} = \left\{\frac{1}{\operatorname{Re}\bar{r}_{1}^{3}}\sum_{n}\frac{\phi_{n}J_{1}(\phi_{n}/2\bar{r}_{1})}{[J_{0}(\phi_{n})]^{2}}\exp\left(-\frac{\phi_{n}^{2}\bar{z}_{c}}{\operatorname{Re}\bar{r}_{1}^{2}}\right)\right\}^{2}$$
(19)

ただし,  $z_c$  は火炎高さで,  $\bar{r}=0$ において  $Z=Z_c$  となる  $\bar{z}$ で ある.  $\bar{z}_c$  は Re に比例するので, 火炎先端位置の  $|\nabla Z|^2$  は  $1/\text{Re}^2$  に比例する.比例係数は  $Z_c$  に依存し, 例えば  $Z_c = 0.054$ の場合 (メタン-空気),  $|\nabla Z|^2 = 2.2 \times 10^{-3}/\text{Re}^2$  である. この ことと (17) 式より, 同じ燃料の場合のマイクロフレームの 安定下限界が次式で与えられる.

$$Da Re^2 = constant$$
(20)

すなわち,

ı

$$\mu_{\rm L} \sim \frac{\nu^{3/2}}{R^{1/2} d^2} \tag{21}$$

であり、次元解析により求めた (4) 式と同等な結果が得ら



Fig.5  $|\nabla Z|^2$  evaluated at  $Z = Z_c$ . Computed with  $Z_c = 0.054$  and Re = 10.

れる.ここで構築した理論を用いれば (21) 式の比例定数も 物性値の関数として表すことができる.

最後に、本研究で構築した理論の適用範囲を検討する. 5.1 節の拡散火炎の消炎理論は一般的なものであり、様ざ まな系に適用可能である.しかし、5.2 節の議論は、BS 理 論の解に基づいているため、BS 理論の仮定が成り立たな い系に対しては妥当でなくなる.例えば、バーナー径が大 きく Fr >> 1 を仮定できなくなる場合 (Fr は Froude 数で、 Fr =  $u_0^2/gd$ )、浮力の影響を無視できなくなり、5.2 節の結 果を適用することはできない.また、バーナー径が大きく なると、 $u_L$  が d の 2 乗に反比例し減少するので、下限界に おいて Re >> 1 を仮定できなくなる.このような場合も、5.2 節の議論が妥当でなくなる.

## 6. 結論

これまでのマイクロフレームの研究では、火炎の安定範 囲の下限界に関する理論的な検討があまり行われていな かった.そこで本研究では、BS 理論を有限反応速度の場 合に拡張し、AEA の手法を用いることにより、下限界速度 を求めた.BS 理論は古典的で単純な理論であるが、単純 であるがために、拡散火炎の定性的理解には大変有効であ る[21].

本研究で構築された理論により、下限界速度の実験結果、 すなわち、 $u_L \sim d^2$ という関係が正しく再現された.しかし、 この理論により燃料の違いが下限界速度に及ぼす影響を正 しく予測できるかなど、確認されていないことが多い.し たがって、今後、実験等により本理論の妥当性を評価する 予定である.

# 謝辞

本研究の一部は科研費 (19860021) の助成により行われた.本研究の初期段階ではケンタッキー大学の斉藤孝三先

生にご指導いただきました.また,北海道大学の中村祐二 先生にご助言いただきました.ここに謝意を表します.

### 記号の意味

- B Arrhenius 型反応速度の前指数因子
- c<sub>p</sub> 定圧比熱
- Da Damköhler 数
- *d* バーナー径
- $\Delta h$  燃焼熱
- Re Reynolds 数
- r,z 円筒座標系
- r<sub>1</sub> Burke-Schumann 理論の同軸流拡散火炎系の外径
- T<sub>0</sub> 初期温度
- *u<sub>r</sub>*, *u<sub>z</sub>* 速度
- u0 バーナー出口での燃料速度
- u<sub>L</sub> マイクロフレーム安定範囲の下限界における, バーナー出口での燃料速度(下限界速度)
- u<sub>U</sub> 上限界速度
- *W<sub>i</sub>* 化学種 *i* の分子量
- *Y<sub>i</sub>* 化学種 *i* の質量分率
- Z 混合分率
- ギリシャ文字
- v 動粘性係数
- v<sub>i</sub> 化学種 i の燃焼反応の量論係数
- θ 無次元温度
- θa 無次元活性化温度
- $\theta_{\rm c} \qquad Z = Z_{\rm c} \, {\rm c} \, {\rm s} \, {\rm t} \, {\rm d} \, {\rm d}$
- θ<sub>c,ad</sub> 無次元断熱火炎温度

## References

- 1. Hottel, H. C. and Hawthorne, W. R., *Symp. Combust. Flame Explosion Phenomena* 3: 254-266.
- Wohl, K., Gazley, C., and Kapp, N., Symp. Combust. Flame Explosion Phenomena 3: 288-300.
- 3. Ida, T., Fuchihata, M., and Mizutani, Y., in *Proceedings of* the Third International Symposium on Scale Modeling, 2000,

Paper E3.

- Ban, H., Venkatesh, S., and Saito, K., J. Heat Transfer 116: 954-959 (1994).
- Matta, L. M., Neumeier, Y., Lemon, B., and Zinn, B. T., Proc. Combust. Inst. 29: 933-939 (2002).
- Nakamura, Y., Ban, H., Saito, K., and Takeno, T., in Proceedings of the Third International Symposium on Scale Modeling, 2000, Paper E7.
- Cheng, T. S., Chao, Y.-C., Wu C.-Y., Li, Y.-H., Nakamura, Y., Lee, K.-Y., Yuan, T., and Leu, T. S., *Proc. Combust. Inst.* 30: 2489-2497 (2005).
- Nakamura, Y., Yamashita, H., and Saito, K., *Combust. Theory* Modell. 10: 927-938 (2006).
- Cheng, T. S., Chen, C.-P., Chen, C.-S., Li, Y.-H., Wu, C.-Y., and Chao, Y.-C., *Combust. Theory Modell.* 10: 861-881 (2006).
- Chen, C.-P., Chao, Y.-C., Cheng, T. S., Chen, G.-B., and Wu, C.-Y., *Proc. Combust. Inst.* 31: 3301-3308 (2007).
- Kuwana, K. and Dobashi, R., *Bull. Jpn. Assoc. Fire Sci. Eng.* (in Japanese) 57: 39-44 (2007).
- Barenblatt, G. I., Scaling, Self-similarity, and Intermediate Asymptotics, Cambridge University Press, 1996.
- 13. Burke, S. P. and Schumann, T. E. W., *Ind. Eng. Chem.* 20: 998-1004 (1928).
- Schlichting, H. and Gersten, K., *Boundary Layer Theory*, 8th ed., Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- Vanquickenborne, L. and van Tiggelen, A., *Combust. Flame* 10:59-69 (1966).
- 16. Peters, N. and Williams, F. A., AIAA J. 21: 423-429 (1983).
- 17. Buckmaster, J., Prog. Energy Combust. Sci. 28: 435-475 (2002).
- Glassman, I., Combustion, 3rd ed., Academic Press, San Diego, 1996.
- Williams, F. A., *Combustion Theory*, Addison-Wesley, Redwood City, 1985.
- 20. Liñán, A., Acta Astronaut. 1: 1007-1039 (1974).
- 21. Williams, F. A., Proc. Combust. Inst. 24: 1-17 (1992).

86